



TITLE:

Ising modelの相転移について

AUTHOR(S):

西川, 恭治

CITATION:

西川, 恭治. Ising modelの相転移について. 物性研究 1965, 3(4): 282-284

ISSUE DATE:

1965-01-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/85642>

RIGHT:

公開質問

それが“真空”ということなのか？ それとも一ヶ所で pair がどつと出来たらそのうめあわせにわきから“真空”がやってくるのか？

この最後の質問は多分筆者が不勉強で場の理論を知らないから出てくるのだろうけれども、しかしこの内容は粒子の局所性，あるいはディラックの意味での“真空”の局所性の問題なわけであるから、筆者だけがわからないだけでなく現在の時点では、だれもがわからないのかもしれないような気がする。それで出来うれば“お前がわからないのは、あるいは不勉強なのは、これこれである。そこまではよその人は知っているんだ。しかしここから先はまだわかっていないんだ”という答が聞けると大変有難い。

無論上記の質問は原理的には何も電子対にのみかぎるわけでもなかろう。中間子，陽子……と磁場さえ上げて行けば、と考えられるように思われる。しかしとりあえずの質問として話を電子に限っておいた方が筋が通りそうである。

いささかぶつきらぼうな表現になりましたが、どなたか教えていただけませんか？

「Ising model の相転移について」

西 川 恭 治（東大教養・基研）

Ising model や Heisenberg model のように、格子の配列を固定したモデルでは、自由エネルギーは一般に

$$F(T, V) = -NkT f(x) \quad ; \quad x = J/kT$$

と書かれる。但し、最近接相互作用のみを考え、 J はその相互作用を表わす。体積依存性はこの J を通してのみ現われるとする。すると、定積比熱 C_V 及び圧縮率 κ は

$$C_V = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V = -Nk x^2 \frac{d^2 f}{dx^2}$$

$$\kappa^{-1} = V \left(\frac{\partial^2 F}{\partial V^2} \right)_T = NV \left\{ \frac{df}{dx} \frac{d^2 J}{dV^2} + \frac{1}{kT} \frac{d^2 f}{dx^2} \left(\frac{dJ}{dV} \right)^2 \right\}$$

となる。よく知られているように¹⁾二次元 Ising model では $T \rightarrow T_0(V)$ で $C_V \rightarrow \infty$ 、即ち $d^2 f/dx^2 \rightarrow -\infty$ となる。すると $\kappa^{-1} \rightarrow -\infty$ となり、この状態は熱力学的に不安定になつてしまう。云いかえれば、この物質は $T = T_0(V)$ を間にはさんで一次相転移を起している筈である。この事は又、Fairbanks-Buckingham²⁾ の一般的証明（二次相転移を起す物質で $C_p \rightarrow \infty$ では、 C_V は有限且つ連続である）からもうかがえる事である。そこで、次の二つの質問をしたい。

(1) 上のような結果がえられたのは、モデルが悪いからと思われるが、それならモデルをどう改良すれば二次相転移に移行するのであろうか（例えば格子点の振動を入れるなど）。この一次相転移の等圧線を描いてみると図のようになると思うが、一つの特徴は臨界点の存在しない事である。従つて何かの原因で不安定領域がせばまれば、二次相転移に近くなるように思われるが。

(2) 二次元 Ising model に対する Onsager の理論は、分配関数の exact evaluation によつている。するとこれに Van Hove の定理³⁾

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \leq 0$$

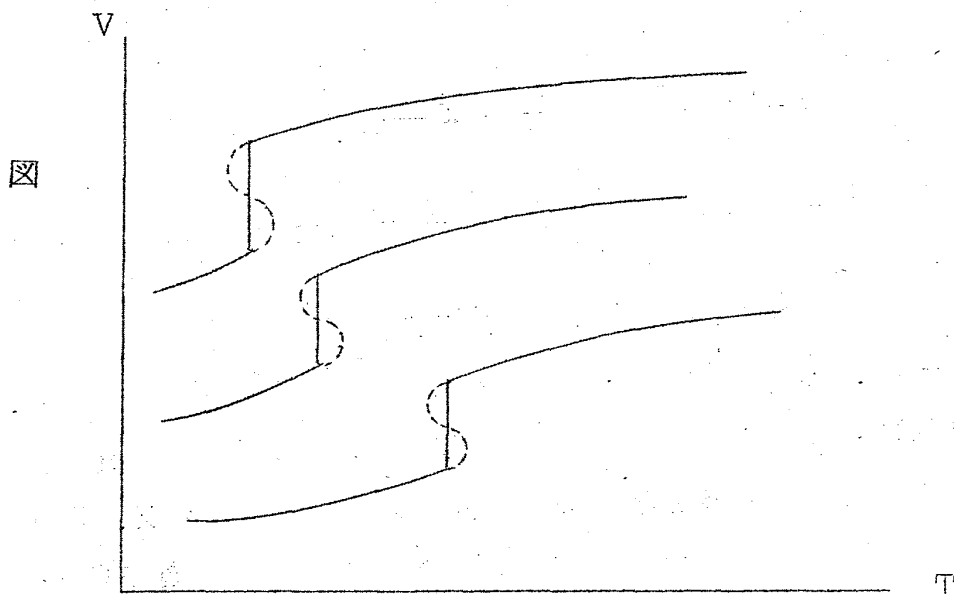
が適用されるのではないかと思うが、Onsager の解では図の点線のような Van der Waals loop を描くみたいである。これはさし支えないのだろうか。

以上、不勉強故の質問ですが、御調べになつた方がおられましたら、お教え下さい。

[Note added in proof]

質問(2)については、山本常信先生より、Van Hove の定理が成り立つためには spin independent な反撥力が必要であるとの御説明をいただき、筆者も諒解いたしました。

公開質問



文 献

- 1) L. Onsager : Phys. Rev. 65 (1944) , 117.
- 2) W. Fairbank and M. Buckingham : Prog. in Low Temp. Phys. Vol.3 (1961) p80.
- 3) L. Van Hove : Physica 15 (1949) , 951.